Caracterização de potenciais hiperbólicos para aplicações racionais

Resumo

O formalismo termodinâmico na teoria ergódica está relacionado com o estudo de sistemas dinâmicos, empregando técnicas de mecânica estatística. Esta teoria começou em os anos 70's com os trabalhos de Bowen, Sinai y Ruelle.

Começãmos com uma introdução ao formalismo termodinâmico de uma função continua f sobre um espaço métrico compacto, é adequados potenciais. Essa teoría é compreendido nos escritos de Walters [8] e Przytycki [6]. Entre os principais componentes do formalismo termodinâmico em que iremos nos concentrar são: a *pressão topológica* $P(f,\cdot)$, que é um funcional no espaço de observáveis φ (geralmente chamados potenciais). Outro componente é o *princípio variacional* que estabelece que a pressão é igual ao supremo da energia livre, ou seja. Se para cada medida invariante μ denotamos $h_\mu(f)$ a entropia métrica, então

$$P(f,\varphi) = \sup_\mu \left\{ h_\mu(f) + \int \varphi d\mu \right\}.$$

A medida μ que atinge o supremo acima é chamado *estado de equilibrio* para o potential φ.

Na segunda parte podemos nos restringir ao estudo do formalismo termodinâmico de uma função racional sobre a esfera de Riemann de grau pelo menos dois e potenciais Hölder contínuos. Para uma função racional f e um potencial Hölder continuo φ que satisfaz a condição seguinte

$$\sup \varphi < P(f,\varphi) \tag{1}$$

a unicidade e propriedades estocásticas dos correspondentes estados de equilíbrio foram estudados extensivamente por Denker, Haydn, Przytycki and Urbański [2, 1, 4, 7, 6], estendendo resultados anteriores de Lyubich [5] and Freire, Lopes and Mañé [3]. Então nós caracterizamos esses potenciais Hölder continuous φ for which the property (1) está satisfeito para alguns iteração de f, ou seja provamos a equivalência dos seguintes condições

(a) Existe $n \geq 1$ tais que $\sup S_n(\varphi) < P(f^n, S_n(\varphi))$,

$$S_n(\varphi) := \sum_{k=0}^{n-1} \varphi \circ f^k.$$

(b) O expoente de Lyapunov de todo estado de equilíbrio de f para φ é estritamente positiva.

Além disso mostramos que condição (a) implica a seguinte condição.

(*) Existe um único estado de equilíbrio que tem decaimento exponencial de correlações.

Referências

[1] M. Denker, F. Przytycki, and M. Urbański, *On the transfer operator for rational functions on the Riemann sphere*, Ergodic Theory Dynam. Systems **16** (1996), no. 2, 255–266. MR MR1389624 (97e:58197)

[2] M. Denker and M. Urbański, *Ergodic theory of equilibrium states for rational maps*, Nonlinearity **4** (1991), no. 1, 103–134. MR MR1092887 (92a:58112)

[3] Alexandre Freire, Artur Lopes, and Ricardo Mañé, *An invariant measure for rational maps*, Bol. Soc. Brasil. Mat. **14** (1983), no. 1, 45–62. MR MR736568 (85m:58110b)

[4] Nicolai Haydn, *Convergence of the transfer operator for rational maps*, Ergodic Theory Dynam. Systems **19** (1999), no. 3, 657–669. MR MR1695914 (2000f:37055)

[5] M. Ju. Ljubich, *Entropy properties of rational endomorphisms of the Riemann sphere*, Ergodic Theory Dynam. Systems **3** (1983), no. 3, 351–385. MR MR741393 (85k:58049)

[6] F. Przytycki and M. Urbański, *Conformal fractals: ergodic theory methods*, London Mathematical Society Lecture Note Series, vol. 371, Cambridge University Press, Cambridge, 2010. MR 2656475

[7] Feliks Przytycki, *Lyapunov characteristic exponents are nonnegative*, Proc. Amer. Math. Soc. **119** (1993), no. 1, 309–317. MR 1186141 (93k:58193)

[8] Peter Walters, *An introduction to ergodic theory*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 79, Springer-Verlag, New York, 1982. MR MR648108 (84e:28017)