USP/ICMC/SMA - 6.^{a} LISTA DE EXERCÍCIOS DE SMA-332 - CÁLCULO II.

Professora Roberta Godoi Wik Atique.

1. Encontrar as seguintes derivadas direcionais de $f(x, y, z) = ln(x^2 + y^2 + z^2)$ no ponto $P = (1, 2, -1)$:
   (a) na direção do vetor $\vec{OP}$.
   (b) na direção em que ela seja máxima.
2. A superfície de certo lago é representada por uma região R do plano xy tal que a profundidade sob o ponto correspondente a (x, y) é dada por $f(x, y) = 300 - 2x^2 - 3y^2$. Se um nadador está no ponto $(4, 9)$, em que direção ele deve nadar de modo que a profundidade sob ele decresça mais rapidamente? Em que direção a profundidade permanece inalterada?
3. O potencial elétrico V em um ponto $P = (x, y, z)$ num sistema coordenado retangular é dado por $V = x^2 + 4y^2 + 9z^2$. Determine a taxa de variação de V em $P = (2, -1, 3)$ na direção de P para a origem. Determine a direção que produz taxa máxima de variação de V em P. Qual a taxa máxima de variação?
4. Selecione os extremos locais, sendo $f(x, y) =$
   (a) $2x^2 + y^2 - 2xy + x - y$
   (b) $x^2 - y^2 + 3xy - x + y$
   (c) $x^3 - y^2 + xy + 5$
   (d) $x^3 + y^3 - xy$
   (e) $x^4 + y^4 + 4x + 4y$
   (f) $x^5 + y^5 - 5x - 5y$
5. Analise os pontos críticos da função $f(x, y) =$
   (a) $x^2 + 3xy + 4y^2 - 6x + 2y$
   (b) $x^2 + y^3 + xy - 3x - 4y + 5$
   (c) $x^3 + 2xy + y^2 - 5x$
   (d) $\sqrt[3]{x^2 + 2xy + 4y^2 - 6x - 12y}$
   (e) $\dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{y} + xy;\ \ x > 0$ e $y > 0$
6. Seja $f(x, y) = ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + k$; onde $a; b; c; d; e$; e k são constantes. Prove que se (x_0, y_0) for extremo local de f, então será extremo global.
7. Estude com relação a extremos globais a função $f(x, y) =$
   (a) $x^2 + 2xy + 2y^2 - x + 2y$
   (b) $x^2 - y^2 - 3xy + x + 4y$
   (c) $x + 2y - 2xy - x^2 - 3y^2$
   (d) $x^2 + y^2 - 2x - 4y$
8. Determine o ponto do plano $x + 2y - z = 4$ que se encontra mais próximo da origem.
9. Determinada empresa produz dois produtos cujas quantidades são indicadas por x e y. Tais produtos são oferecidos ao mercado consumidor a preços unitários p_1 e p_2, respectivamente, que dependem de x e y conforme equações: $p_1 = 120 - 2x$ e $p_2 = 200 - y$. O custo total da empresa para produzir e vender quantidades x e y dos produtos é dado por $C = x^2 + 2y^2 + 2xy$. Admitindo que toda produção da empresa seja absorvida pelo mercado, determine a produção que maximiza o lucro.