1. Calcule $\int_\gamma F.\,dR$ sendo dados:
   (a) $F(x,y,z)=(x,y,z)$ e $\gamma(t)=(\cos t,\operatorname{sen} t,t)$, $0\le t\le 2\pi$. Resp. $2\pi^2$.
   (b) $F(x,y)=(0,x^2)$ e $\gamma(t)=(t^2,3)$, $-1\le t\le 1$. Resp. 0.
   (c) $F(x,y)=(x^2,x-y)$ e $\gamma(t)=(t,\operatorname{sen} t)$, $0\le t\le \pi$. Resp. $\frac{\pi^3}{3}-2$.
   (d) $F(x,y,z)=(x^2,y^2,z^2)$ e $\gamma(t)=(2\cos t,3\operatorname{sen} t,t)$, $0\le t\le 2\pi$. Resp. $8\pi^3/3$.

2. Uma partícula desloca-se em um campo de forças dado por $F(x,y,z)=(-y,x,z)$. Calcule o trabalho realizado por F no deslocamento da partícula de $\gamma(a)$ até $\gamma(b)$, sendo dados
   (a) $\gamma(t)=(\cos t,\operatorname{sen} t,t)$, $a=0$ e $b=2\pi$. Resp. $2\pi(\pi+1)$.
   (b) $\gamma(t)=(2t+1,t-1,t)$, $a=1$ e $b=2$. Resp. 9/2.
   (c) $\gamma(t)=(\cos t,0,\operatorname{sen} t)$, $a=0$ e $b=2\pi$. Resp. 0.

3. Calcule $\int_\gamma x\,dx+y\,dy$, sendo γ dada por $x=t^2$ e $y=\operatorname{sen} t$, $0\le t\le\pi/2$. Resp. $\pi^4/32+1/2$.

4. Calcule $\int_\gamma x\,dx+y\,dy$, sendo γ o segmento de extremidades $(1,1)$ e $(2,3)$ percorrido no sentido de $(1,1)$ para $(2,3)$. Resp. -11/2.

5. Calcule $\int_\gamma x\,dx+y\,dy+z\,dz$, sendo γ o segmento de reta de extremidades $(0,0,0)$ e $(1,2,1)$ percorrido no sentido de $(0,0,0)$ para $(1,2,1)$. Resp. 3.

6. Calcule $\int_\gamma x\,dx+dy+2\,dz$, sendo γ a intersecção do parabolóide $z=x^2+y^2$ com o plano $z=2x+2y-1$, o sentido de percurso deve ser escolhido de modo que a projeção de $\gamma(t)$ no plano xy caminhe no sentido anti-horário. Resp. 0.

7. Calcule $\int_\gamma 2x\,dx-dy$, onde γ tem por imagem $x^2+y^2=4$, $x\ge0$ e $y\ge0$, o sentido de percurso é de $(2,0)$ para $(0,2)$. Resp. -6.

8. Calcule $\displaystyle\int_\gamma \frac{-y}{4x^2+y^2}\,dx+\frac{x}{4x^2+y^2}\,dy$ onde γ tem por imagem $4x^2+y^2=9$, o sentido de percurso é antihorário. Resp. π.

9. Seja $\gamma(t)=(R\cos t,R\operatorname{sen} t)$, $0\le t\le 2\pi$. Mostre que
$$\int_\gamma \frac{-y}{x^2+y^2}\,dx+\frac{x}{x^2+y^2}\,dy$$
   não depende de $R>0$.

10. Calcule $\displaystyle\int_\gamma \sqrt[3]{x}\,dx+\frac{dy}{1+y^2}\,dy$, onde γ é o quadrado centrado na origem e lado 2 percorrido no sentido antihorário. Resp. 0.

11. Calcule $\int_\gamma F.\,dR$, onde $F(x,y)=(0,x+y^2)$ e γ é a curva do exercício anterior. Resp. 4.

12. Calcule $\int_\gamma (x-y)\,dx+e^{x+y}\,dy$, onde γ é a fronteira do triângulo de vértices $(0,0)$, $(0,1)$ e $(1,2)$, orientada no sentido anti-horário. Resp. $e^3/6-e/2+5/6$.

13. (a) Demonstrar que $\int_{(1,2)}^{(3,4)} (6xy^2 - y^3)\,dx + (6x^2y - 3xy^2)\,dy$ é independente do caminho de $(1,2)$ a $(3,4)$.
(b) Calcule a integral do ítem anterior. [Resp. 236].

14. Provar que $F = (2xz^3 + 6y, 6x - 2yz, 3x^2z^2 - y^2)$ é um campo conservativo, isto é, F provém de um potencial.

15. Calcular $\int_\gamma F.\,dR$ onde γ é um caminho entre $(1,-1,1)$ e $(2,1,-1)$.

16. Mostre que $\int_\gamma F.\,dR$ independe do caminho determinando uma função potencial f para F:
(a) $F(x,y) = (3x^2y + 2, x^3 + 4y^3)$
(b) $F(x,y) = (2x\,\mathrm{sen}\,y + 4e^x, x^2\cos\,y + 2)$
(c) $F(x,y) = (2y^3\,\mathrm{sen}\,x, 6y^2\cos\,x + 5)$

17. Comprovar o Teorema de Green nos casos abaixo, isto é, verifique que

$$\oint_\gamma P\,dx + Q\,dy = \iint_R \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right) dA$$

(a) $\oint_\gamma (2xy - x^2)\,dx + (x + y^2)\,dy$ sendo γ a curva fechada do domínio limitado entre $y = x^2$ e $y^2 = x$.
(b) $F = (xy, -2xy)$, R é o retângulo $1 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 3$.
(c) $F = (e^x\,\mathrm{sen}\,y, e^x\cos\,y)$, R é $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq \pi/2$.
(d) $F = (\frac{2}{3}xy^3 - x^2y, x^2y^2)$ R é o triângulo de vértices $(0,0)$, $(1,0)$, $(1,1)$.

18. Usando o Teorema de Green, calcular:
(a) $\oint e^x\,\mathrm{sen}\,y\,dx + e^x\cos\,y\,dy$ sobre o retângulo de vértices: $(0,0)$, $(1,0)$, $(1,\pi/2)$ e $(0,\pi/2)$.
(b) $\oint_\gamma 2x^2y^3\,dx + 3xy\,dy$ onde γ é o círculo $x^2 + y^2 = 1$.

19. Usando integral de linha, calcule a área da região delimitada pelas curvas $y = x + 2$ e $y = x^2$.

20. Usando integral de linha, calcule a área da região no primeiro quadrante delimitada pelas curvas $4y = x$, $y = 4x$ e $xy = 4$.

21. Calcule $\oint_C \frac{x\,dx + y\,dy}{x^2 + y^2}$, onde C é o arco de parábola $y = x^2 - 1$, $-1 \leq x \leq 2$, seguido pelo segmento de $(2,3)$ a $(-1,0)$ (Aplicar o Teorema de Green).

22. Calcule
(a) $\int_\gamma (x^2 + y^2)\,ds$, onde $\gamma(t) = (t,t)$, $-1 \leq t \leq 1$. Resp. $4\sqrt{2}/3$.
(b) $\int_\gamma (2xy + y^2)\,ds$, onde $\gamma(t) = (t+1, t-1)$, $0 \leq t \leq 1$. Resp. $-\sqrt{2}$.
(c) $\int_\gamma xyz\,ds$, onde $\gamma(t) = (\cos\,t, \mathrm{sen}\,t, t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$. Resp. $-\pi\sqrt{2}/2$.
(d) $\int_\gamma (x + y + z)\,ds$ onde $\gamma(t) = (t, 2t, 3t)$, $0 \leq t \leq 1$. Resp. $3\sqrt{14}$.

23. Calcule $\int_C F.\,T\,ds$ onde T é o vetor unitário tangente à curva C, nos seguintes casos:
(a) $F = (xy, -y, 1)$, C é o segmento de reta de $(0,0,0)$ a $(1,1,1)$.
(b) $F = (x, -y, z)$, C é dada por $x = \cos\theta$, $y = \mathrm{sen}\,\theta$, $z = \theta/\pi$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$.