

## Cálculo II

### Lista 02: Noções Preliminares

**Professor:** Paulo Leandro Dattori da Silva

**Bolsista PAE:** Ana Paula Tremura Galves

- Em cada item abaixo analise quando  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  é ponto interior a  $A$ , exterior a  $A$  ou de fronteira de  $A$ .
  - $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0 \text{ e } y \geq 0\}$ .
  - $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y > 0\}$ .
  - $A = B((0, 0); 1) \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; y = 0\}$ .
  - $A = B((0, 0, 0); 2) \cup \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x = y = \frac{1}{n} \text{ e } z = 0\}$ .
- Em cada caso, obtenha  $\text{int}(A)$ ,  $\overline{A}$ ,  $\text{int}(\overline{A})$  e  $\overline{\text{int}(A)}$ , sendo  $A \subset \mathbb{R}^2$ .
  - $A = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ .
  - $A = \left( \{-1\} \cup \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots \right\} \right) \times \{0\}$ .
  - $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x \geq 0, y > 0 \text{ and } x^2 + y^2 < 1\}$ .
- Mostre que os seguintes conjuntos são fechados:
  - $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  em  $\mathbb{R}^2$ .
  - $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 1\}$  em  $\mathbb{R}^2$ .
  - $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x, y \geq 0\}$  em  $\mathbb{R}^2$ .
- Verifique se os conjuntos abaixo são compactos:
  - $\mathbb{Q} \times \{0\}$  em  $\mathbb{R}^2$ .
  - $K_1 \cup K_2$  em  $\mathbb{R}^3$ , sendo  $K_1, K_2$  compactos em  $\mathbb{R}^3$ .
  - $K_1 \cap K_2$  em  $\mathbb{R}^3$ , sendo  $K_1, K_2$  compactos em  $\mathbb{R}^3$ .