2ª *Lista de Exercícios de Geometria Analítica*

Professor: Maria Aparecida Soares Ruas — *29 de Março de 2005*

Exercício 2.1
Prove que se $\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}, ..., \overrightarrow{v_n}$ são L.I. e $\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}, ..., \overrightarrow{v_n}, \overrightarrow{v}$ são L.D., então $\overrightarrow{v}$ é combinação linear de $\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}, ..., \overrightarrow{v_n}$.

Exercício 2.2
Prove que $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ e $\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}$ são L.I se, e somente se, $\overrightarrow{u}$ e $\overrightarrow{v}$ são L.I..

Exercício 2.3
Um conjunto A tem n vetores, $n \geq 1$. Quais são, em cada item a seguir, os valores possíveis para n?
(i) A é uma base de V^3;
(ii) Os vetores de A são L.I.;
(iii) Qualquer vetor de V^3 é combinação linear dos vetores de A.

Exercício 2.4
Verifique se as seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas, justificando-as:
(i) Se $\overrightarrow{u}$ e $\overrightarrow{v}$ são L.I., então $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ e $\overrightarrow{w}$ são L.I. para todo $\overrightarrow{w}$;
(ii) Se $\overrightarrow{u}$ e $\overrightarrow{v}$ são L.D., então $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ e $\overrightarrow{w}$ são L.D. para todo $\overrightarrow{w}$;
(iii) Se $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ e $\overrightarrow{w}$ são L.D., então $\overrightarrow{u}$ e $\overrightarrow{v}$ são L.D.;
(iv) Se $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ e $\overrightarrow{w}$ são L.I., então $\overrightarrow{u}$ e $\overrightarrow{v}$ são L.I..

Exercício 2.5
Prove que se $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ é LI, então $(\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}\,,\, \vec{u} - \vec{v}, 3\vec{v})$ também é LI e o mesmo se berifica para $(\vec{u} + \vec{v}\,,\, \vec{u} + \vec{w}\,,\, \vec{v} + \vec{w})$.

Exercício 2.6
Prove que $(\vec{u} - 2\vec{v} + \vec{w}\,,\, 2\vec{u} + \vec{v} + 3\vec{w}\,,\, \vec{u} + 8\vec{v} + 3\vec{w})$ é LD quaisquer que sejam os vetores $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$.

Exercício 2.7
Sendo $\vec{u} = (1, -1, 3)$, $\vec{v} = (2, 1, 3)$, $\vec{w} = (-1, -1, 4)$, ache as coordenadas de:
(i) $\vec{u} + \vec{v}$ (ii) $\vec{u} - 2\vec{v}$ e (iii) $\vec{u} + 2\vec{v} - 3\vec{w}$

Exercício 2.8
$\vec{u} = (1, -1, 3)$ pode ser escrito como combinação linear de $\vec{v} = (-1, 1, 0)$ e $\vec{w} = \left(2, 3, \dfrac{1}{3}\right)$?

Exercício 2.9
Ache m de modo que $\vec{u} = (1, 2, 2)$ seja combinação linear de $\vec{v} = (m-1, 1, m-2)$ e $\vec{w} = (m+1, m-1, 2)$. Em seguida, determine m para que $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ seja LD.

Exercício 2.10
Sendo $E = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ base, e $\vec{f_1} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3$ $\vec{f_2} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$ $\vec{f_3} = \vec{e}_3$ decida se $F = \left(\vec{f_1}, \vec{f_2}, \vec{f_3}\right)$ é base.

Exercício 2.11
Calcule $\|\vec{u}\|$ sendo $E = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ base ortonormal, nos casos
a) $\vec{u} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 = (1, 1, 1)_E$
b) $\vec{u} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_3$

Exercício 2.12
Dada a base $(\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3})$ de V^3, sejam $f_1 = \overrightarrow{e_1} - \overrightarrow{e_2} - \overrightarrow{e_3}$, $f_2 = \overrightarrow{e_1} + 2\overrightarrow{e_2} + \overrightarrow{e_3}$ e $f_3 = 2\overrightarrow{e_1} + \overrightarrow{e_2} + 4\overrightarrow{e_3}$:
(i) Verifique que $(\overrightarrow{f_1}, \overrightarrow{f_2}, \overrightarrow{f_3})$ é uma base de V^3;
(ii) Achar uma matriz mudança da nova base para a antiga;
(iii) Sendo $\overrightarrow{v} = 3\overrightarrow{e_1} - 5\overrightarrow{e_2} + 4\overrightarrow{e_3}$,achar as coordenadas de $\overrightarrow{v}$ na nova base.