

USP/ICMSC/SMA - 1ª Lista de Exercícios de SMA-300
Geometria Analítica

Professor: Maria Aparecida Soares Ruas

13.03.2005

Ex. 1. Se (A, B) é um representante de $\vec{u} \neq \vec{0}$ e (C, D) é um representante de $\vec{v} \neq \vec{0}$, prove que:

$AB \parallel CD$ se e somente se existe $\lambda \in \mathbb{R}$ tal que $\vec{u} = \lambda\vec{v}$

Ex. 2. Prove que $\alpha\vec{v} = \vec{0}$ implica $\alpha = 0$ ou $\vec{v} = \vec{0}$.

Ex. 3. Prove que se $\alpha\vec{u} = \alpha\vec{v}$ e se $\alpha \neq 0$ então $\vec{u} = \vec{v}$.

Ex. 4. Resolva o sistema nos vetores incógnitas \vec{x} e \vec{y} :

$$\begin{cases} \vec{x} + 2\vec{y} = \vec{u} \\ 3\vec{x} - \vec{y} = 2\vec{u} + \vec{v} \end{cases}$$

Ex. 5. Mostre que se $\vec{v} \neq \vec{0}$, $\frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|}$ é um vetor unitário (chamado versor de \vec{v})

Ex. 6. Prove

i) $(-a)\vec{v} = -(a\vec{v}) = a(-\vec{v})$, $\forall a \in \mathbf{R}$ e $\forall \vec{v} \in \mathbf{V}^3$.

ii) Se $\vec{v} \neq \vec{0}$ e $\alpha\vec{v} = \beta\vec{v}$, então $\alpha = \beta$.

Ex. 7. Mostre que as diagonais de um paralelogramo têm o mesmo ponto médio.

Ex. 8. Prove que as alturas de um triângulo se encontram em um mesmo ponto.

Ex. 9. Demostre que o segmento que une os pontos médios dos lados não paralelos de um trapézio é paralelo às bases e a sua medida é a semi-soma das mediadas das bases.

Ex. 10. Dados quatro pontos A, B, C e X tais que $\overrightarrow{AX} = m\overrightarrow{XB}$ exprima \overrightarrow{CX} em função de \overrightarrow{CA} e \overrightarrow{CB} .

Ex. 11. Chama-se *baricentro* dos pontos A_1, A_2, \dots, A_n com massas $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ ($\sum \lambda_i = \lambda \neq 0$) ao ponto

$$G = O + \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^n \lambda_i \overrightarrow{OA_i}$$

Mostre que o baricentro não depende do ponto O .

Ex. 12. Provar que as medianas de um triângulo passam por um mesmo ponto que é o baricentro dos vértices com massas iguais.