

Nos exercícios abaixo suponha fixado um sistema de coordenadas

Exercício 7.1

Apresente equações paramétricas da projeção da reta

$$r : \begin{cases} y = 5x - 7 \\ z = 2x + 6 \end{cases}$$

sobre o plano x, y .

Exercício 7.2

Sejam $A(2; 1; 1); B(1; 0; 1)$ e $C(0; 2; 1)$ e $\pi : X = (2; 4; 0) + \alpha(1; 1; 1) + \beta(2; 1; 0)$, α e β em \mathbb{R} . Mostre que o lugar geométrico dos pontos X do plano tais que o tetraedro $ABCX$ tenha volume 1 é a reunião de duas retas paralelas, contidas em π . Obtenha equações vetoriais para elas.

Exercício 7.3

Obtenha uma equação do lugar geométrico dos pontos que equidistam de $r; s$ e A ; sendo $A(1; 0; 1)$; $r : x = y = z$; $s : x - y = z = x + 1$.

Exercício 7.4

Mostre que a distância entre os planos $\pi_1 : ax + by + cz + d_1 = 0$ e $\pi_2 : ax + by + cz + d_2 = 0$ é

$$d(\pi_1; \pi_2) = \frac{|d_1 - d_2|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

Use esta fórmula para calcular a distância entre $\pi_1 : x + 2y + z + 5 = 0$ e $\pi_2 : 2x + 4y + 2z + 3 = 0$.

Exercício 7.5

Calcule a distância entre

(a) $P(1; 0; 1)$ e $r : \begin{cases} x = \lambda \\ y = \frac{\lambda}{2}; \\ z = \frac{\lambda}{3}; \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$

(b) $x = \frac{y-3}{2} = z - 2$ e $x - 3 = \frac{y+1}{2} = z - 2$;

(c) $P(9; 2; 2)$ e $\pi : X = (0; -5; 0) + \lambda(0; 5; 12) + \mu(1; 0; 0)$; $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$;

(d) $x + y + z = 0$ e $x + y + z + 2 = 0$;

(e) $\begin{cases} x = z - 1 \\ y = 3z - 2 \end{cases}$ e $\begin{cases} 3x - 2z + 3 = 0 \\ y - z - 2 = 0; \end{cases}$

(f) $\begin{cases} x = 2 - \lambda, \\ y = 1 + \lambda, \\ z = \sqrt{2}\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$ e

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y - 1 = 0. \end{cases}$$

Exercício 7.6

Determine o ângulo entre as retas abaixo:

(a) $r : \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -2 - \lambda, \\ z = \sqrt{2}\lambda. \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R};$ e $s : \begin{cases} x = -2 + \lambda \\ y = 3 + \lambda, \\ z = 5 + \sqrt{2}\lambda, \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$

$$(b) r : X = (0; 1; 0) + \lambda(1; -2; 3); \lambda \in \mathbb{R} \text{ e } s : \begin{cases} 3x + y - 5z = 0 \\ 2x + 3y - 8z = 1. \end{cases}$$

Exercício 7.7

Determine o ângulo entre a reta e o plano:

$$(a) r : \begin{cases} x = 0 \\ y = z \end{cases} \text{ e } \pi : z = 0 :$$

$$(b) r : x = y = z \text{ e } \pi : z = 0.$$

$$(c) r : \begin{cases} x + y = 2 \\ x = z + 2 \end{cases} \text{ e } \pi : \sqrt{\frac{4}{57}}x + y + 2z - 10 = 0.$$