

**Exercício 5.1**

Verifique a identidade:  $(\vec{a} - \vec{b}) \wedge (\vec{b} - \vec{c}) = \vec{a} \wedge \vec{b} + \vec{b} \wedge \vec{c} + \vec{c} \wedge \vec{a}$ .

**Exercício 5.2**

Resolva a equação vetorial no vetor incógnita  $\vec{x}$ :  $\vec{x} \wedge \vec{u} = \vec{v}$ .

**Exercício 5.3**

Seja  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  uma base ortonormal. Encontre um vetor unitário  $\vec{x}$  tal que  $\vec{x} \wedge (\vec{j} + \vec{k}) = \vec{i}$ .

**Exercício 5.4**

Dados  $\vec{u} = (1, 1, 1)$  e  $\vec{v} = (0, 1, 2)$ , encontre uma base ortonormal positiva  $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$  tal que

- (i)  $\vec{a}$  é paralelo a  $\vec{u}$ , e os dois têm o mesmo sentido;
- (ii)  $\vec{b}$  é combinação linear de  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ , e a sua primeira coordenada é positiva.

**Exercício 5.5**

Prove que a altura do tetraedro ABCD relativa à base ABC é

$$h = \frac{||[\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}]||}{||\vec{AB} \wedge \vec{AC}||}$$

**Exercício 5.6**

Prove que se  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  é uma base e  $\vec{x}$  é um vetor,

$$\vec{x} = ([\vec{x}, \vec{j}, \vec{k}]/[\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}])\vec{i} + ([\vec{x}, \vec{k}, \vec{i}]/[\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}])\vec{j} + ([\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}]/[\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}])\vec{k}.$$

**Exercício 5.7**

Prove que  $||\vec{u} \wedge \vec{v}||^2 \leq ||\vec{u}||^2 ||\vec{v}||^2$ .

**Exercício 5.8**

Sabendo que a medida em radianos do ângulo entre  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  é  $\frac{\pi}{6}$  e que  $|\vec{u}| = 1$  e  $|\vec{v}| = |7|$ , calcule  $|\vec{u} \wedge \vec{v}|$  e  $|\frac{1}{3}\vec{u} \wedge \frac{3}{4}\vec{v}|$ .