2ª Lista de Exercícios de Geometria Analítica

Professora: Maria Aparecida Soares Ruas — 16 de Março de 2005

Exercício 2.1
Se (A, B) é um representante de $\vec{u} \neq \vec{0}$ e (C, D) é um representante de $\vec{v} \neq \vec{0}$, prove que:
$AB \parallel CD$ se e somente se existe $l \in \mathbb{R}$ tal que $\vec{u} = l\vec{v}$.

Exercício 2.2
Prove que $\alpha\vec{v} = \vec{0}$ implica $\alpha = 0$ ou $\vec{v} = \vec{0}$.

Exercício 2.3
Prove que se $\alpha\vec{u} = \alpha\vec{v}$ e se $\alpha \neq 0$ então $\vec{u} = \vec{v}$.

Exercício 2.4
Resolva o sistema nos vetores incógnitas $\overrightarrow{x}$ e $\overrightarrow{y}$:

$$\begin{cases} \overrightarrow{x} + 2\overrightarrow{y} = \overrightarrow{u} \\ 3\overrightarrow{x} - \overrightarrow{y} = 2\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} \end{cases}$$

Exercício 2.5
Mostre que se $\overrightarrow{v} \neq \overrightarrow{0}$, $\frac{\overrightarrow{v}}{\|\overrightarrow{v}\|}$ é um vetor unitário (chamado versor de $\overrightarrow{v}$)

Exercício 2.6
Prove
i) $(-a)\overrightarrow{v} = -(a\overrightarrow{v}) = a(-\overrightarrow{v})$, $\forall \alpha \in \mathbf{R}$ e $\forall \overrightarrow{v} \in \mathbf{V}^3$.
ii) Se $\overrightarrow{v} \neq \overrightarrow{0}$ e $\alpha\overrightarrow{v} = \beta\overrightarrow{v}$, então $\alpha = \beta$.

Exercício 2.7
Mostre que as diagonais de um paralelogramo têm o mesmo ponto médio.

Exercício 2.8
Prove que as alturas de um triangulo se encontram em um mesmo ponto.

Exercício 2.9
Demostre que o segmento que une os pontos médios dos lados não paralelos de um trapézio é paralelo às bases e a sua medida é a semi-soma das mediadas das bases.

Exercício 2.10
Dados quatro pontos A, B, C e X tais que $\overrightarrow{AX} = m\overrightarrow{XB}$ exprima $\overrightarrow{CX}$ em função de $\overrightarrow{CA}$ e $\overrightarrow{CB}$.

Exercício 2.11
Chama-se *baricentro* dos pontos $A_1,\ A_2, \ldots, A_n$ com massas $l_1,\ l_2, \ldots, l_n$ ($\sum l_i = l \neq 0$) ao ponto

$$G = O + \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{n} l_i\,\overrightarrow{OA_i}$$

Mostre que o baricentro não depende do ponto O.

Exercício 2.12
Provar que as medianas de um triangulo passam por um mesmo ponto que é o baricentro dos vértices com massas iguais.