USP/ICMC/SMA - Lista de Exercícios de Geometria Analítica

Maria Aparecida Soares Ruas **March 8, 2010**

Ex. 1.1. Prove que se as matrizes A e B comutam (isto é $AB = BA$) então:

- $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.
- $(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$.

Ex. 1.2. Achar uma matriz não nula A tal que $A^2 = 0$.

Ex. 1.3. Para cada α real seja

$$T_\alpha = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & cos\,\alpha \end{bmatrix}$$

(a) Calcular $T_\alpha T_\beta$.
(b) Calcular T_0 e $T_{-\alpha}$.

Ex. 1.4. Uma matriz quadrada A é *simétrica* se $A^t = A$ e *anti-simétrica* se $A^t = -A$. Prove que se A e B são simétricas (anti-simétricas), então $A + B$ e λA também o são. O produto de duas matrizes simétricas é uma matriz simétrica?

Ex. 1.5. Provar que se $A^3 = 0$ então $(I - A)^{-1} = I + A + A^2$.

Ex. 1.6. (a) Dada uma matriz M, então a matriz $S = M + M^t$ é simétrica.
(b) Mostre que toda matriz quadrada M pode ser escrita na forma $M = S + A$ onde S é uma matriz simétrica e A é uma matriz anti-simétrica.

Ex. 1.7. Resolver o sistema

$$\begin{aligned} &x + 2y - 3z = 8 \\ &3x - 2y + z = 0 \\ &2x + 4y - 5z = 14 \end{aligned}$$