$13^{\underline{a}}$ Lista de Exercícios de SMA-332- Cálculo II

Eugenio Massa

1. Calcule a integral iterada e desenhe no plano o conjunto de integração.

   a) $\int_1^2 \int_0^{2x} xy^3 dydx$. **Resp.** 42.

   b) $\int_0^4 \int_0^y dxdy$. **Resp.** 8.

   c) $\int_0^4 \int_0^y \sqrt{9+y^2} dxdy$. **Resp.** $\dfrac{98}{3}$.

   d) $\int_{-1}^1 \int_1^{e^x} \dfrac{x}{y} dydx$. **Resp.** $\dfrac{2}{3}$.

   e) $\int_1^4 \int_{y^2}^y \sqrt{\dfrac{y}{x}} dxdy$. **Resp.** $-\dfrac{49}{5}$.

   f) $\int_1^4 \int_{x^2}^x \sqrt{\dfrac{y}{x}} dydx$. **Resp.** $\dfrac{1226}{42}$.

   g) $\int_0^3 \int_0^x x^2 e^{xy} dydx$. **Resp.** -5.

   h) $\int_{\pi/2}^{\pi} \int_0^x \sin(4x-y) dydx$. **Resp.** $\dfrac{1}{3}$.

   i) $\int_{\pi/2}^{\pi} \int_0^{y^2} \sin \dfrac{x}{y} dxdy$. **Resp.** $\dfrac{3\pi^2 - 4\pi - 8}{8}$.

2. Estime por baixo e por cima as integrais a seguir:

   a) $\iint_R (3x-2y+1)dA$ onde R é a região retangular com vértices $(0,-2)$ e $(3,0)$. **Resp.** $6 < I < 84$.

   b) $\iint_R (y^2-4x)dA$ onde R é a região retangular com vértices $(-1,0)$ e $(1,3)$.

   c) $\iint_R (x^2+y)dA$ onde R é a região retangular com vértices $(0,0)$ e $(4,2)$.

   d) $\iint_R senx dA$ onde R é a região limitada pelas retas $y = 2x,\ y = \dfrac{x}{2}$ e $x = \pi$.

   e) $\iint_R cos(x+y)dA$ onde R é a região limitada pelas retas $y = x,\ x = \pi$ e o eixo x. **Resp.** $-\pi/2 < I < \pi/2$.

   f) $\iint_R x^2\sqrt{9-y^2}dA$ onde R é a região limitada pela circunferência $x^2+y^2 = 9$. **Resp.** $0 < I < 3^5\pi$.

   g) $\iint_R \dfrac{y^2}{x^2}dA$ onde R é a região limitada pelas retas $y = x,\ y = 2$ e pela hipérbole $xy = 1$.

3. Ache o volume do sólido sob o plano $z = 4x$ e acima da circunferência $x^2+y^2 = 16$ no plano xy. Faça um esboço do sólido. **Resp.** $\dfrac{512}{3}$.

4. Ache por integração dupla, o volume da parte do sólido limitada pela esfera $x^2+y^2+z^2 = 16$ que está no primeiro octante. Faça um esboço do sólido. **Resp.** $\dfrac{32\pi}{3}$

5. Ache o volume do sólido no primeiro octante, limitado pelos cilindros $x^2+y^2 = 4$ e $x^2+z^2 = 4$. Faça um esboço do sólido. **Resp.** $\dfrac{16}{3}$.

6. Encontre o volume do sólido limitado pela superfície $f(x,y) = 4 - \dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{16}$, pelos planos $x = 3,\ y = 2$ e pelos três planos coordenados. **Resp.** $V = 21,5$.

7. Encontre $\int_0^1 \int_1^2 x^2 e^{xy} dydx$. **Resp.** $\dfrac{e^2-3}{4}$.

8. Encontre a medida do volume do sólido acima do plano xy, limitado pelo parabolóide elíptico $z = x^2+4y^2$ e pelo cilindro $x^2+4y^2 = 4$. **Resp.** $V(S) = 4\pi$

9. Encontre a área da região limitada pelas curvas $y = -x^2+6x+5$ e $y = x^2-6x+8$. **Resp.** $A(R) \cong 10.5$

10. Use integrais dupla para encontrar a área da região limitada pelas curvas dadas no plano xy. Faça um esboço da região:

    a) $y = x^3$ e $y = x^2$. **Resp.** $\dfrac{1}{12}$.

    b) $y = x^2-9$ e $y = 9-x^2$. **Resp.** 72.

11. Calcule a integral iterada e esboce no espaço $\mathbb{R}^2$ o conjunto de integração.

a) $\int_0^1\int_0^2\int_0^3 xdzdydx$. **Resp.** 3. b) $\int_0^1\int_0^x\int_0^{x+y}(x+y+z)dzdydx$. **Resp.** $\dfrac{7}{8}$.

c) $\int_{-1}^0\int_e^{2e}\int_0^{\pi/3} y(lnz)(tgx)dxdzdy$. **Resp.** $-e(ln2)^2$. d) $\int_0^{\pi/2}\int_z^{\pi/2}\int_0^{xz} cos\left(\dfrac{y}{z}\right) dydxdz$. **Resp.** $\dfrac{\pi}{2}-1$.

12. Calcule:

a) $\iiint\limits_S z\,dV$, se S for a região limitada pelo tetraedro com vértices $(0,0,0)$, $(1,1,0)$, $(1,0,0)$ e $(1,0,1)$. **Resp.** $\dfrac{1}{24}$.

b) $\iiint\limits_S xy\,dV$, se S for o paralelepípedo no primeiro octante, limitado pelos planos coordenados e pelos planos $x=2$, $y=3$ e $z=4$. **Resp.** 36.

13. Encontre o volume do sólido limitado pelo cilindro $x^2+y^2=25$, pelo plano $x+y+z=8$ e pelo plano xy. **Resp.** $500+10\pi$.

14. Dado $\displaystyle\int_2^4 dy\int_1^{\sqrt{y}} f(x,y)\,dx = \iint_D f(x,y)\,dx\,dy$, caracterizar D.

15. Escreva a integral dupla equivalente, invertendo a ordem de integração para cada um dos problemas abaixo. Verifique o resultado, calculando <u>ambas</u> as integrais

$a)\ \displaystyle\int_0^2\int_1^{e^x} dy\,dx \quad b)\ \int_0^1\int_{\sqrt{y}}^1 dx\,dy \quad c)\ \int_0^{\sqrt{2}}\int_{-\sqrt{4-2y^2}}^{\sqrt{4-2y^2}} y\,dx\,dy \quad d)\ \int_{-2}^1\int_{x^2+4x}^{3x+2} dy\,dx$

16. Inverta a ordem de integração em $\displaystyle\int_{-1}^1\int_{x^2}^{\sqrt{2-x^2}} f(x,y)dydx$.

17. Calcule o volume de cada um dos sólidos e faça os gráficos desses sólidos:

(a) sólido delimitado pelas regiões $0\le y\le 1-x$, e $0\le z\le 1-x^2$, $x\ge 0$ e $y\ge 0$;

(b) sólido delimitado pelas regiões $0\le x\le y$ e $0\le z\le 4-y^2$;

(c) sólido delimitado pelas regiões $0\le y\le x$, $z\ge 0$ e $x^2+z^2\le 1$.

Gabarito

Exercício 15 a) $\displaystyle\int_1^{e^2} dy\int_{\ln(y)}^2 dx = e^2-3$