SME0808 Séries Temporais
ICMC-USP Ricardo Ehlers
Lista 4

Nos exercícios a seguir $\{\epsilon_t\}$ é um processo discreto puramente aleatório com média zero e variância σ_ϵ^2 e FAC denota a função de autocorrelação.

6. Encontre a FAC do processo $X_t = \epsilon_t + 0,7\epsilon_{t-1} - 0,2\epsilon_{t-2}$.

7. Encontre a FAC do processo $X_t - \mu = 0,7(X_{t-1} - \mu) + \epsilon_t$.

8. Encontre a FAC do processo $X_t = \frac{1}{3}X_{t-1} + \frac{2}{9}X_{t-2} + \epsilon_t$.

9. Se $X_t = \mu + \epsilon_t + \beta\epsilon_{t-1}$ mostre que a FAC do processo não depende de μ.

10. Reescreva cada um dos modelos abaixo em termos de operador de retardo B e verifique se o modelo é estacionário e/ou inversível:

    (a) $X_t = 0,3X_{t-1} + \epsilon_t$.

    (b) $X_t = \epsilon_t - 1,3\,\epsilon_{t-1} + 0,4\,\epsilon_{t-2}$.

    (c) $X_t = 0,5X_{t-1} + \epsilon_t - 1,3\,\epsilon_{t-1} + 0,4\,\epsilon_{t-2}$.

    (d) $\nabla X_t = 0,3\ \nabla X_{t-1} + \epsilon_t - 0,6\ \epsilon_{t-1}$

    (e) $X_t = X_{t-1} + \epsilon_t - 1,5\epsilon_{t-1}$

11. Mostre que o processo $X_t = X_{t-1} + cX_{t-2} + \epsilon_t$ é estacionário se $-1 < c < 0$ e obtenha a FAC para $c = -3/16$.

12. Mostre que o processo $X_t = X_{t-1} + cX_{t-2} - cX_{t-3} + \epsilon_t$ é não estacionário para qualquer valor de c.

13. Descreva como deve se comportar a função de autocorrelação teórica para os seguintes processos,

    (a) AR(1) estacionário, para $\alpha = 0,1$, $\alpha = -0,75$ e $\alpha = 0,99$.

    (b) Médias móveis de ordem q.

    (c) Como deveriam ficar as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial amostrais que identificam os processos acima?

14. Descreva como deveriam se comportar as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial amostrais para processos AR, MA e ARMA não sazonais.

15. Para o modelo $(1-B)(1-0,2B)X_t = (1-0,5B)\epsilon_t$, identifique os valores de p, q, e d e verifique se o processo é estacionário e inversível.

16. Mostre que a função de autocovariância de um processo AR(1) estacionário com variância σ_X^2 é dada por $\alpha^k \sigma_X^2$ (Sugestão: use a expressão (**??**) com $q \to \infty$)

17. Verifique se $X_t = \sum_{j=1}^{t} \epsilon_t$ é estacionário.

18. Mostre que a FAC do processo $X_t = aX_{t-1} + \epsilon_t + b\epsilon_{t-1}$ é dada por

$$\begin{aligned} \rho(1) &= \frac{(1+ab)(a+b)}{1+b^2+2ab} \\ \rho(k) &= a\rho(k-1),\ k = 2, 3, \ldots \end{aligned}$$

19. Obtenha a função de autocovarância do processo

$$X_t = \epsilon_t + \frac{1}{a}\epsilon_{t-1} + \frac{1}{a^2}\epsilon_{t-2} + \cdots + \frac{1}{a^m}\epsilon_{t-m}$$

sendo que $0 < a < 1$.

20. Se $\{X_t\}$ é um processo estacionário obtenha a função de autocovariância de $Y_t = X_t - X_{t-1}$.

21. Mostre que o processo $X_t = (\alpha+1)X_{t-1} - \alpha X_{t-2} + \epsilon_t$ tem exatamente uma raiz unitária e reescreva-o como um processo ARIMA(1,1,0).

22. Obtenha a função de autocorrelação do passeio aleatório $X_t = X_{t-1} + \epsilon_t$ com $E(\epsilon_t) = \mu$, $Var(\epsilon_t) = \sigma_\epsilon^2$ e $Cov(\epsilon_t, \epsilon_s) = 0$, $\forall t \neq s$.

23. Verifique se o processo $\{Y_t\}$ tal que $P(Y_t = 1) = P(Y_t = -1) = 1/2$ é estacionário. Obtenha sua média, variância e covariância.

24. Sejam os processos $Y_t = \epsilon_t + \theta\epsilon_{t-1}$, $|\theta| > 1$ e $\{X_t\}$ tal que $X_t = 1$ se $Y_t \geq 0$ e $X_t = -1$ se $Y_t < 0$. Verifique se $\{X_t\}$ e $\{Y_t\}$ são estacionários. Calcule a função de autocorrelação de $\{X_t\}$.

25. Verifique que o processo $Y_t = (-1)^t \epsilon_t$ é estacionário e que $X_t = Y_t + \epsilon_t$ não é estacionário.

26. Se $\{X_t\}$ e $\{Y_t\}$ são independentes e estacionários verifique se $Z_t = \alpha X_t + \beta Y_t$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ também é estacionário.

27. Obtenha a representação MA(∞) de um processo AR(2) estacionário.

28. Obtenha a representação AR(∞) de um processo MA(1) inversível.