

3ª Lista de Exercícios: Integração Numérica

1. Obtenha a fórmula de integração de Newton-Cotes do tipo fechado, para integrar $f(x)$ com $n = 3$ (essa fórmula é conhecida como **Simpson 3/8**), ou seja sobre 4 pontos: $x_0 = a, x_1 = x_0 + h, x_2 = x_0 + 2h, x_3 = x_0 + 3h = b, h = (b - a)/3$. Usando a fórmula obtida, calcule

$$I(f) = \int_2^3 x e^{\frac{x}{2}} dx.$$

2. Calcule as integrais a seguir pela fórmula do trapézio e pelas fórmula de Simpson 1/3 usando 6 divisões do intervalo de integração.

$$I) \int_1^{2.5} x \ln x dx, \quad II) \int_{-1.5}^0 x e^x dx$$

3. Nas integrais do exercício anterior com quantas divisões do intervalo (N), podemos esperar obter erros menores que 10^{-5} ?
4. Considere a função $f(x)$ dada pela tabela:

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-1	5	1	5	35

- a) Calcule uma aproximação para

$$I(f) = \int_{-2}^2 f(x) dx,$$

usando a fórmula de Simpson 1/3.

- b) Se os valores tabelados são de um polinômio de grau 3 o que pode ser afirmado sobre o erro cometido na aproximação de $I(f)$ pela fórmula 1/3 de Simpson?

5. De um velocímetro de um automóvel foram obtidos as seguintes leituras de velocidade instantânea:

$t(\text{min.})$	0	5	10	15	20	25	30	35	40
$v(\text{km/h})$	23	25	30	35	40	45	47	52	60

Calcule a distância em quilômetros, percorrida pelo automóvel usando a regra de Simpson.

6. Aproxime pela regra de Simpson o comprimento de arco da curva:

$$y = 4x^2 - 3x$$

de $(0, 0)$ a $(1, 1)$.

Obs: Lembre que o comprimento de arco de uma curva $(a, f(a))$ a $(b, f(b))$ é dada por:

$$\int_a^b \sqrt{1 + (y'(x))^2} dx.$$

7. Escolha uma regra de quadratura sobre pontos igualmente espaçados de h e avalie

$$\int_{-1}^0 x e^x dx$$

com duas casas decimais corretas.

8. Considere a integral:

$$I(f) = \int_0^{0.8} (x^2 - \cos(x)) dx.$$

a) Quantos intervalos seriam necessários para aproximar $I(f)$ usando a regra do trapézio, com erro inferior a 10^{-2} .

b) Calcule $I(f)$ com o h obtido no item a).

9. Determine uma fórmula de quadratura de Gauss para aproximar

$$\int_0^1 x f(x) dx$$

que seja exata quando $f(x)$ é um polinômio de grau ≤ 3 . Usando a fórmula obtida calcule

$$\int_0^1 (x^4 + x \sin(x)) dx$$

10. Calcule, exatamente, utilizando uma fórmula de quadratura de Gauss adequada, a integral:

$$\int_{-1}^1 \left(\frac{1}{2+2x} + \frac{1}{2-2x} \right)^{\frac{1}{2}} dx$$

11. Calcule exatamente

$$I(f) = \int_0^{\infty} \left(\frac{x^3 + 4x + 2}{e^{2x}} \right) e^x dx.$$

utilizando uma fórmula de quadratura de Gauss.

12. Considere a integral

$$I(f) = \int_0^{1.6} x^{-x} dx$$

Obtenha o valor aproximado de $I(f)$, com 2 dígitos significativos corretos:

- a) Usando a fórmula de Simpson 1/3.
- b) Usando uma fórmula de quadratura de Gauss.

Lembre-se que $\lim_{x \rightarrow 0} x^x = 1$.