

SME0340

Equações Diferenciais Ordinárias

Aula 8

Maria Luísa Bambozzi de Oliveira
marialuisa @ icmc . usp . br
Sala: 3-241

Página: <http://ae4.tidia-ae.usp.br>

22 de março de 2018



Aplicações



Crescimento Populacional:

Modelo de Malthus (1798): Crescimento de uma população é proporcional à população em cada instante, assumindo que todos os indivíduos são idênticos e não há fatores limitantes de crescimento.

$P(t)$: determinada população no tempo t .

$$P'(t) = \beta P(t),$$

e se temos uma população inicial P_0 em $t = 0$, então temos o PVI

$$\begin{cases} P'(t) = \beta P(t) \\ P(0) = P_0 \end{cases}.$$

Se conhecemos algum outro valor da população em instante $t_0 > 0$, podemos determinar β .

Aula Passada



EDs Não Lineares

$$M(t, y) + N(t, y)y' = 0 \quad \text{ou} \quad M(t, y) dt + N(t, y) dy = 0$$

- ▶ EDs *não exatas*: fator integrante $u(t, y)$
- ▶ EDs *homogêneas*: transformar em EDs com variáveis separáveis usando transformação de variável $y(t) = tu(t)$.

Aplicações (cont.)



Circuito Elétrico: um circuito simples com indutância L , resistência R , e força eletromotriz E_0 constante é ligado no instante $t = 0$. Determinar a corrente $I(t)$ sabendo que:

- ▶ queda de voltagem através de resistência: $RI(t)$;
- ▶ queda de voltagem através de indutor: $L \frac{dI(t)}{dt}$.

Por Lei de Kirchhoff, a soma das diferenças de potencial é zero:

$$E_0 - RI - L \frac{dI(t)}{dt} = 0,$$

e como só temos corrente após ligarmos o circuito, $I(0) = 0$. Então temos que resolver o PVI

$$\begin{cases} E_0 - RI - LI' = 0 \\ I(0) = 0 \end{cases}.$$

Skydiving: A velocidade em queda livre de um paraquedista é governada por seu peso e pela força devido à resistência do ar, que é proporcional ao quadrado de sua velocidade.

Queremos determinar a velocidade $v(t)$.

Pela segunda lei de Newton, a variação do momento deve ser igual à força resultante:

$$m \frac{dv}{dt} = mg - kv^2,$$

e quando o paraquedista inicia o salto, $v(0) = 0$. Então

$$\begin{cases} v'(t) = g - \frac{k}{m} [v(t)]^2 \\ v(0) = 0 \end{cases} .$$