SME0340
Equações Diferenciais Ordinárias
Aula 17

Maria Luísa Bambozzi de Oliveira
marialuisa @ icmc . usp . br
Sala: 3-241

Página: http://ae4.tidia-ae.usp.br

2 de maio de 2018

Aula Passada

EDs de Ordem Superior

$$y^{(n)} + b_{n-1}(t)\,y^{(n-1)} + \ldots + b_2(t)\,y'' + b_1(t)\,y' + b_0(t)\,y = g(t)$$

- EDs Homogêneas: Método Geral (decompor em n EDs de ordem 1)
- EDs Não Homogêneas: MCD, MVP.

Aula Passada (cont.)

Método dos Coeficientes a Determinar: o método é aplicado similarmente aos casos para EDs de ordem 2. A modificação está no caso *polinomial*.

Com o aumento no número de derivadas de y (até ordem n), se

$$g(t) = t^m,$$

o grau k do polinômio deduzido para $y_P(t)$ pode variar de grau m até grau $m+n$, dependendo da ordem da *menor derivada* presente na ED.

Aula Passada (cont.)

Método da Variação dos Parâmetros:

$$y_P(t) = u_1(t)\,y_1(t) + u_2(t)\,y_2(t) + \ldots + u_n(t)\,y_n(t)$$

$$\begin{cases} u_1'(t)\,y_1(t) + u_2'(t)\,y_2(t) + \ldots + u_n'(t)\,y_n(t) = 0 \\ u_1'(t)\,y_1'(t) + u_2'(t)\,y_2'(t) + \ldots + u_n'(t)\,y_n'(t) = 0 \\ \vdots \\ u_1'(t)\,y_1^{(n-2)}(t) + u_2'(t)\,y_2^{(n-2)}(t) + \ldots + u_n'(t)\,y_n^{(n-2)}(t) = 0 \\ u_1'(t)\,y_1^{(n-1)}(t) + u_2'(t)\,y_2^{(n-1)}(t) + \ldots + u_n'(t)\,y_n^{(n-1)}(t) = g(t) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} y_1(t) & y_2(t) & \cdots & y_n(t) \\ y_1'(t) & y_2'(t) & \cdots & y_n'(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_1^{(n-1)}(t) & y_2^{(n-1)}(t) & \cdots & y_n^{(n-1)}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1'(t) \\ u_2'(t) \\ \vdots \\ u_n'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ g(t) \end{bmatrix}$$

Aula Passada (cont.)

Exemplo: Determine a solução geral $y_H(t)$ de

$$y^{(3)} - 7\,y'' + 14\,y' - 8\,y = 0.$$

Solução:

$$y_H(t) = C_1\,\mathrm{e}^{t} + C_2\,\mathrm{e}^{2\,t} + C_3\,\mathrm{e}^{4\,t},\;\; C_1, C_2, C_3, t \in \mathbb{R}.$$

Exercício em Aula

Exemplo: Determine a solução geral $y(t)$ de

$$y^{(3)} - 7\,y'' + 14\,y' - 8\,y = 3\,\mathrm{e}^{t} - 8\,t + 6 + 4\,\mathrm{e}^{3t}.$$

Sabemos, da aula passada, que

$$y_H(t) = C_1\,\mathrm{e}^{t} + C_2\,\mathrm{e}^{2\,t} + C_3\,\mathrm{e}^{4\,t},\;\; C_1, C_2, C_3, t \in \mathbb{R}$$

e que $y(t) = y_H(t) + y_P(t)$.

Exercício: Encontre $y_P(t)$ por MCD e/ou MVP, **mostrando todos os detalhes, inclusive integração por partes e solução de sistemas**, e escreva a solução geral.