P2 - SME 306 - 03/12/2010 - Nome:........................ N.USP:.........

Importante:

- Explique de maneira clara as soluções, preferencialmente baseando-se no formulário.

** Passe as questões a limpo iniciando na folha de questões. **

1	
2	
3	
Total	

Exercício 1. *Obtenha o polinômio aproximador de mínimos quadrados de grau* 1 *(reta) usando os pontos dados na tabela abaixo. Repita com grau* 2*; comente sobre o erro comparado com grau* 1.

$f(x_i)$	0,5	0,3	1,5
x_i	0	0,5	1

Exercício 2. *Seja a função* $f(x,y) = x^2y^2 - sin(x) + 1$ *no intervalo* $-2 \leq x \leq 2$, $-2 \leq y \leq 2$, *que deve ser minimizada. Tomando o ponto* $(x,y) = (1,1)$ *para iniciar, empregue* 3 *interações de método de descida com direção oposta ao gradiente e passo fixo* $\alpha = 0.25$ *e, a partir do ponto obtido, use mais* 2 *interações do método de Newton.*

Exercício 3. *Ao aproximar uma função* f *por mínimos quadrados contínuo no intervalo* $[-1,1]$, *obteve-se* $P_f(x) = 0,1\phi_0 + 0,5\phi_1 + 2\phi_2 + 1,2\phi_3$. *Para uma outra função* g, *temos* $P_g(x) = 1\phi_0 + 2\phi_1 + 0,5\phi_2$. *Encontre o polinômio que melhor aproxima* $h = f + 2g + 5$, *de grau* 2, *na forma* $P_h(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ *(isto é, encontre os valores de* a_0, a_1, a_2*).*

$$\int_a^b f(x)dx - \sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i) = \frac{h^{n+3} f^{(n+2)}(\xi)}{(n+2)!} \int_0^n t^2(t-1)\cdots(t-n)dt,\ (n \text{ par}) \quad \text{OU} \quad \frac{h^{n+2} f^{(n+1)}(\xi)}{(n+2)!} \int_0^n t(t-1)\cdots(t-n)dt, (n \text{ impar}).$$

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\left[f(a) + 2\sum_{j=1}^{n/2-1} f(x_{2j}) + 4\sum_{j=1}^{n/2} f(x_{2j-1}) + f(b)\right] - \frac{b-a}{180}h^4 f^{(4)}(\mu); \quad e(h) \leq nh\varepsilon = (b-a)\varepsilon$$

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2}\left[f(a) + 2\sum_{j=1}^{n-1} f(x_j) + f(b)\right] - \frac{b-a}{12}h^2 f^{(2)}(\mu); \quad \int_a^b f(x)dx = 2h\sum_{j=0}^{n/2} f(x_{2j}) + \frac{b-a}{6}h^2 f^{(2)}(\mu)$$

$$\left|\int_a^b f(x)dx - S\left(a, \frac{a+b}{2}\right) - S\left(\frac{a+b}{2}, b\right)\right| \approx \frac{1}{15}\left|S(a,b) - S\left(a, \frac{a+b}{2}\right) - S\left(\frac{a+b}{2}, b\right)\right|$$

$$w_0 = \alpha;\ w_{i+1} = w_i + hT^{(n)}(t_i, w_i);\ T^{(n)}(t_i, w_i) = f(t_i, w_i) + (h/2)f'(t_i, w_i) + \cdots + (h^{n-1}/n!)f^{(n-1)}(t_i, w_i);$$

$$|y''(t)| \leq M;\ |y(t_i) - e_i| \leq \frac{hM}{2L}(e^{L(t_i-a)-1});\ w_0 = \alpha;\ w_{i+1} = w_i + hf\left(t_i + \frac{h}{2}, w_i + \frac{h}{2}f(t_i, w_i)\right);$$

$$w_0 = \alpha;\ w_{i+1} = w_i + (h/2)[f(t_i, w_i) + f(t_i, w_i + hf(t_i, w_i))];$$

$$w_0 = \alpha;\ k_1 = hf(t_i, w_i);\ k_2 = hf\left(t_i + \frac{h}{2}, w_i + \frac{1}{2}k_1\right);\ k_3 = hf\left(t_i + \frac{h}{2}, w_i + \frac{1}{2}k_2\right);\ k_4 = hf(t_{i+1}, w_i + k_3)$$

$$w_{i+1} = w_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4);\ \langle\phi, \zeta\rangle = \int_a^b w(x)\phi(x)\zeta(x)dx$$

$$\text{matriz Hilbert: } H = \begin{bmatrix} \langle\phi_0,\phi_0\rangle & \cdots & \langle\phi_0,\phi_n\rangle \\ \vdots & & \vdots \\ \langle\phi_n,\phi_0\rangle & \cdots & \langle\phi_n,\phi_n\rangle \end{bmatrix};\ 0 = \nabla E(a) = 2Ha - 2b,\ b = [\langle\phi_0, f\rangle \vdots \cdots \vdots \langle\phi_n, f\rangle]'$$

$$\text{Aprox. discreta: } \langle\phi, \zeta\rangle = \sum_{i=1}^{m} w(x_i)\phi(x_i)\zeta(x_i)dx$$

$$\phi_0 = 1;\ \phi_1 = x - B_1,\ B_k = \frac{\langle x\phi_{k-1}, \phi_{k-1}\rangle}{\langle\phi_{k-1}, \phi_{k-1}\rangle};\ \phi_k = (x - B_k)\phi_{k-1} - C_k\phi_{k-2};\ C_k = \frac{\langle x\phi_{k-1}, \phi_{k-2}\rangle}{\langle\phi_{k-2}, \phi_{k-2}\rangle}$$

Legendre: $\phi_0 = 1$, $\phi_1 = x$, $\phi_2 = x^2 - (1/3)$, $\phi_3 = x^3 - (3/5)x$, $\phi_4 = x^4 - (6/7)x^2 + (3/35)$, $\phi_5 = x^5 - (10/9)x^3 + (5/21)x$.

Tchebychev: $T_0 = 1$, $T_1 = x$, $T_{n+1} = 2xT_n - T_{n-1}$; $\bar{x}_k = cos\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right)$; $\max_{x\in[-1,1]} |f(x) - P(x)| \leq \frac{1}{2^n(n+1)!} \max_{x\in[-1,1]} |f^{(n+1)}(x)|$

$$\sum_{i=0}^{k} a_i q_{k-i} = p_k,\ k = 0, \ldots, N. \qquad d = -\nabla f(x);\ \nabla^2 f(x^k)\, d^k = -\nabla f(x^k).$$

$$a_k = \pi^{-1}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)cos(kx)dx,\ k = 0, \ldots, n,\ b_k = \pi^{-1}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)sin(kx)dx,\ k = 1, \ldots, n-1.$$