P1 - SME 306 - 24/09/2010 - Nome:........................ N.USP:.........	1	
Importante:	2	
- Explique de maneira clara as soluções, preferencialmente baseando-se no formulário.	3	
** Passe as questões a limpo iniciando na folha de questões. **	Total	

Exercício 1. *Obtenha o polinômio interpolador usando os pontos dados na tabela abaixo, e em seguida derive o polinômio e avalie em $x = 0,5$. Compare com o valor obtido via fórmula de 3 pontos.*

$f(x_i)$	0,5	0,3	1,5
x_i	0	0,5	1

Exercício 2. *Encontre n de forma que a avaliação numérica para $\int_0^2 x\sin(x)$ via regra de Simpson composto resulte erro menor que 10^{-3}. Calcule a integral usando esta regra.*

Exercício 3. *Encontre uma curva paramétrica na foma $(P_1(t), P_2(t))$ sendo P_1 e P_2 polinômios de graus adequados, de forma que a curva passe pelos pontos dados na tabela abaixo e, além disto, satisfaçam $dy/dx|_{(0,5;-0,5)} = 1$.*

y	-1	$-0,5$	0	1
x	0	0,5	1	0

FORMULÁRIO: $L_{n,k}(x) = \frac{(x-x_0)\cdots(x-x_n)}{(x_k-x_0)\cdots(x_k-x_n)}$; $P(x) = \sum_{k=0}^{n} f(x_k)L_{n,k}(x)$; $f(x) = P(x) + \frac{f^{(n+1)}(\xi(x))}{(n+1)!}\prod_{k=0}^{n}(x-x_k)$

$$P(x) = \frac{(x-x_j)P_{0,1,\ldots,j-1,j+1,\ldots,n} - (x-x_i)P_{0,1,\ldots,i-1,i+1,\ldots,n}}{(x_i-x_j)}; \quad P(x) = \sum_{i=0}^{n} F_{i,i}\prod_{j=0}^{i-1}(x-x_j)$$

$$f(x) = H_{2n+1}(x) + \frac{\prod_{k=0}^{n}(x-x_k)^2}{(2n+2)!}f^{(2n+2)}(\xi(x)); \; f'(x_j) = \sum_{k=0}^{n} f(x_k)L_k'(x_j) + \frac{f^{(n+1)}(\xi(x_j))}{(n+1)!}\prod_{k\neq j}^{n}(x_j-x_k)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & \\ h_0 & 2(h_0+h_1) & h_1 & 0 & \cdots \\ 0 & h_1 & 2(h_1+h_2) & h_2 & \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 3(a_2-a_1)/h_1 - 3(a_1-a_0)/h_0 \\ \vdots \\ 3(a_n-a_{n-1})/h_{n-1} - 3(a_{n-1}-a_{n-2})/h_{n-2} \\ 0 \end{bmatrix}; \; a_j = f(x_j);$$

$$b_j = (a_{j+1}-a_j)/h_j - h_j(2c_j+c_{j+1})/3; \; d_j = (c_{j+1}-c_j)/3h_j$$

Certas linhas de A e B podem ser: $2h_0, h_0, 0, \ldots; 0, \ldots, 0, h_{n-1}, 2h_{n-1}; 3(a_1-a_0)/h_0 - 3f'(a); 3f'(b) - 3(a_n-a_{n-1})/h_{n-1}$

$$f'(x_0) = \frac{1}{2h}[-3f(x_0)+4f(x_0+h)-f(x_0+2h)] + \frac{h^2}{3}f^{(3)}(\xi); \quad f'(x_0) = \frac{1}{2h}[f(x_0+h)-f(x_0-h)] + \frac{h^2}{6}f^{(3)}(\xi)$$

$$f'(x_0) = \frac{1}{h}[f(x_0+h)-f(x_0)] + \frac{h}{2}f^{(2)}(\xi); \quad R_{k,j} = R_{k,j-1} + \frac{R_{k,j-1}-R_{k-1,j-1}}{4^{j-1}-1}$$

$$\int_a^b f(x)dx - \sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i) = \frac{h^{n+3}f^{(n+2)}(\xi)}{(n+2)!}\int_0^n t^2(t-1)\cdots(t-n)dt, \; (n\,\text{par}) \quad \text{OU} \quad \frac{h^{n+2}f^{(n+1)}(\xi)}{(n+2)!}\int_0^n t(t-1)\cdots(t-n)dt, (n\,\text{impar}).$$

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\left[f(a) + 2\sum_{j=1}^{n/2-1} f(x_{2j}) + 4\sum_{j=1}^{n/2} f(x_{2j-1}) + f(b)\right] - \frac{b-a}{180}h^4 f^{(4)}(\mu); \quad e(h) \leq nh\varepsilon = (b-a)\varepsilon$$

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2}\left[f(a) + 2\sum_{j=1}^{n-1} f(x_j) + f(b)\right] - \frac{b-a}{12}h^2 f^{(2)}(\mu); \quad \int_a^b f(x)dx = 2h\sum_{j=0}^{n/2} f(x_{2j}) + \frac{b-a}{6}h^2 f^{(2)}(\mu)$$

$$\left|\int_a^b f(x)dx - S\left(a, \frac{a+b}{2}\right) - S\left(\frac{a+b}{2}, b\right)\right| \approx \frac{1}{15}\left|S(a,b) - S\left(a, \frac{a+b}{2}\right) - S\left(\frac{a+b}{2}, b\right)\right|$$