SMA182 – Álgebra Linear e Equações Diferenciais **Quarta Lista**
Prof. Sérgio Zani **29 de maio de 2007**

1. Faça todos os exercícios do capítulo 4 da apostila.

2. Encontre a solução geral.
   (a) $\left(\frac{d}{dt}-1\right)\left(\frac{d}{dt}+2\right)^2 y = e^{3t}$
   (b) $\left(\frac{d}{dt}-1\right)^2\left(\frac{d}{dt}+1\right)^2 y = e^{t}+e^{-t}$
   (c) $\left(\frac{d}{dt}-i\right)\left(\frac{d}{dt}+i\right) y = \operatorname{sen} t$
   (d) $\left(\frac{d}{dt}+2\right)\left(\frac{d}{dt}-2\right)\left(\frac{d}{dt}+1\right) y = \operatorname{senh} 2t$
   (e) $\left(\frac{d}{dt}-t\right)\left(\frac{d}{dt}+\frac{1}{t}\right) y = 0$; escreva também a equação na forma $y''+p(t)y'+q(t)y=0$.

3. Escreva a equação $\left(\frac{d}{dt}+\frac{1}{t}\right)\left(\frac{d}{dt}-t\right) y = 0$ na forma $y''+p(t)y'+q(t)y=0$ e compare com a equação obtida na último item do exercício anterior. Encontre a sua solução geral em termos da função $E(t)=\int t^{-1}e^{-t^2/2}dt$.

4. Encontre uma solução particular.
   (a) $y''+y=\cos t\cos 2t$ (*Sugestão: Escreva a função do segundo membro como soma de senos e co-senos apropriados.*)
   (b) $y''-2y'+5y=2\cos^2 t$ (*Sugestão: É semelhante ao anterior.*)

5. Encontre a solução geral usando o método da variação dos parâmetros para determinar uma solução particular.
   (a) $y''+y=\operatorname{tg} t, \quad 0<t<\pi/2$
   (b) $y''-4y'+3y=e^t(1+e^t)^{-1}$
   (c) $t^2y''+ty'-y=4$ (*Sugestão: Determine por tentativa a solução geral da homogênea*)
   (d) $t^2y''-2ty'+2y=t^{-2}$ (*Sugestão: Determine por tentativa a solução geral da homogênea*)

6. Encontre uma solução particular usando o método da variação dos parâmetros para determinar.
   (a) $y^{(iv)}-y''=4t$
   (b) $y'''-4y'=t+\cos t+2e^{-t}$

7. Sabendo-se que $y_1(t)=t$, $y_2(t)=t^2$ e $y_3(t)=1/t$ são soluções da equação homogênea
$$L(y)=t^3y'''+t^2y''+2ty'+2y=0,$$
encontre uma solução particular de $L(y)=2t^4, t>0$.

8. Sabe-se que uma solução da equação $y''+p(t)y'+q(t)y=0$ é $y_1(t)=(1+t)^2$ e que o wronskiano de duas soluções quaisquer desta equação é constante. Determine a solução geral de $y''+p(t)y'+q(t)y=1+t$.

9. Seja $L(y)=y''-2\lambda y'+\lambda^2 y$.
   (a) Mostre que $L(e^{\lambda t}v(t))=e^{\lambda t}v''(t)$;
   (b) Determine a solução geral da equação $y''-6y'+9y=t^{3/2}e^{3t}$.