2.ª Prova de SMA-333 Cálculo III

Professor: Alexandre Nolasco de Carvalho

Questões	Notas
1.ª	
2.ª	
3.ª	
4.ª	
Total	

Nome:____

N.º USP: ____________ **24.05.2005**

Não retire o grampo da prova, você pode cortar esta folha na linha pontilhada abaixo.
Faça uma questão em cada folha e identifique claramente a mesma.
Esta prova terá duração de (01) uma hora e (40) quarenta minutos.

1.ª Questão (Valor 3.0) Em cada um dos casos abaixo, verificar se a série converge, converge absolutamente ou diverge (justificar a sua resposta):

$$\textbf{a)} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln(n^2)}{n}, \quad \textbf{b)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(2n)!}, \quad \textbf{c)} \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^2}\right),$$

$$\textbf{d)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cos\left(\frac{n\pi}{4}\right), \quad \textbf{e)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n^4+3n^2+5n^2+2}{4n^6+n^4+n^2+1}, \quad \textbf{f)} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left\{\cos\left(\frac{1}{n^2}\right) - 1\right\}.$$

2.ª Questão (Valor: 3.0) Em cada um dos casos abaixo, verificar a veracidade da afirmativa provando-a, caso seja verdadeira, ou exibindo um contra-exemplo, caso seja falsa:

a) Se $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ for convergente, então $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

b) Se $\lim_{n\to\infty} na_n = 0$, então $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ será convergente,

c) Se $\lim_{n\to\infty} n^2 a_n = \ell \in \mathbb{R}$, então $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ será absolutamente convergente.

3.ª Questão (Valor: 2.0) Em cada dos casos abaixo, determinar o maior intervalo de convergência da seqüência de funções e analisar a convergência absoluta e a convergência uniforme:

a) $f_n(x) = \dfrac{nx^3+x+1}{nx^2+1}$,

b) $f_n(x) = \dfrac{n+1}{n}\, x^n$.

4.ª Questão (Valor: 2.0) Em cada dos casos abaixo, analisar a convergência da série de funções $\sum_{n=1}^{\infty} f_n$, a diferenciabilidade da sua soma e a convegência da série $\sum_{n=1}^{\infty} f_n'$:

a) $f_n(x) = \dfrac{n}{\ln n}\, x^{2n}$, $x \in \mathbb{R}$,

b) $f_n(x) = \dfrac{nx^2+1}{n^3x+1}$, $x \in [0,\infty)$.